四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

歷算全書卷三十六至三十八

詳校官欽天監監正臣喜常

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣劉福徵

欽定四庫全書

歷算全書卷三十六

筆算卷三

宣城梅文鼎撰

異乘同除法

以先有之數知今有之數兩兩相得是生比例莫善於異乘同除乃古九章之樞要也先有者二今有者一是已知者三而未知者一用三求一故西法謂之三率

今先明同異名之說以著古法次詳三率之用以顯通理

異者何也言異名也同者何也言同名也假如以粟易布則粟與粟為同名布與粟為異名也

何以為異乘同除也主乎今有之物以為言也假如先有粟若干易布若干今復有粟若干將以易布則當以先所易之數例之是先易之布與今有之粟異名也則用以乘是謂異乘若先有之粟與今有之粟同名也則

用以除是謂同除皆用以乘除今粟故曰主乎今有以為言也置今有粟以異名之布乘之為實再以同名之粟為法除之是皆以今粟為主而以先有之二件乘除之也

古圖

原物　　　　原價

同除

異乘

今有物　　　　價空

原物與今物同名以除

原價與今物異名以乘

歌曰

此法有四隅　內有一隅空空當作虛

異名斜乘了　同名兌位除

問何以不先除後乘曰以原總物除原物總價則得每物之價以乘今有總物亦可得今有之總價然除有不盡則不可以乘故變為先乘後除其理一也

假如原有豆一百〇八石價銀三十六兩今有豆一百三十五石問價若干

答曰四十五兩

原有豆一百〇八石為法

原價卌六兩乘得四千八百六十兩為實

今有豆一百卌五石相乘

法除實得今價四十五兩是為得數

法曰置今豆一百三十五石以原豆價三十六兩乘之得四千八百六十兩為實以原豆一百〇八石為法除之得四十五兩為今豆應有之價見以物求價也若還原則以價求物

假如原有銀四十五兩買豆一百三十五石今有銀三十六兩問豆若干

答曰一百〇八石

法以豆一百三十五石乘價三十六兩得四千八百六十石為實以價四十五兩為法除之得一百〇八石合問

西人三率法

其法以先有之二件為一率二率今有之二件為三率四率則前兩率之比例與後兩率之比例等故其數可以互求

今有之二率先只有其一合前有之二率共為三率以求之而得今有之餘一率是以三求一故曰三率法實四率也

假如一率是三二率是四三率是九則四率必為十二何也三與四之比例若九與十二也故以四二率九三率相乘卅六為實以三

一率為法除之必得十二四率

若互用之以四率為一率則十二與九之比例若四與三故曰

可以互求 此即還原之理

解曰以三比四以九比十二並三分加一之比例以十二比九以四比三並四分減一之比例凡言比例等者皆如是

前

一率	三	為法
二率	四	相乘三十六為實
三率	九	

後

四率	十二	為得數

互求

一率	十二	為法
二率	九	相乘三十六為實
三率	四	
四率	三	為得數

此以上圖之四率為一率也故其序皆倒而所得四率即上圖之一

又更兩互之

前
一率　九　法
二率　十二　實
三率　三　實
四率　四　得數

此以前圖之前兩率為後後兩率為前也

後
互　四　法
求　三　實
還　十二　實
原　九　得數

凡二三相乘與一四相乘等積此立法之根觀右圖可明四九相乘三十六而十二與三相乘亦三十六故以三除三十六得十二以十二除三十六亦復得三此前兩圖互求之理若更一四為二三其實同為三十六故以四除之得九以九除之亦復得四此後兩圖互求之理

又錯綜之

前	一率	三	十二	九	四
	二率	九	四	三	十二
後	三率	四	九	十二	三
	四率	十二	三	四	九

此又以前圖之二與三更之則前兩率之第二變為後兩率之第一而其比例亦等凡一率二率為前兩率乃先有之二件也三率四率為後兩率乃今有之兩件也今以二率三率相易則是先有之次率變為今有之首率也然以三

此例言之在前圖為三與四若九與十二者在此圖則三與九亦若四與十二也

若以一率除二率得數以乘三率亦得四率如以一率三除二率九得三以乘三率四亦必得四率十二以一率四除二率十二得三以乘三率三亦得四率九但先除後乘多有不盡之分故與乘同除為算家大法乃中西兩術所同也

試仍以古圖明之

原有小麥十二石　換食鹽九石　俱四分之三比例若以上下左

今有小麥　四石　換食鹽三石　右更置即成三率之前四圖

更之以縱為横

原有粱米　三石　換棉布九疋　俱三倍之比例若以上下左右

今有粱米　四石　換棉布十二疋　更置即成三率之錯綜四圖

辨法實

凡三率之用皆以二率乘三率為實首率為法除之以得所求為四率

然何以定其孰為一率孰為二率三率也曰此則古人同異名之法不可易也訣曰凡今有之已知者常定為三率其未知者待算而知則常為四率　視先有之物與三率之今有同

名者定為首率其與今有異名必為二率矣

又訣曰凡三率之法以三件求一件其所求之一件未知而三件則已知也此已知之三件中必有兩件同名

如價與價物與物之類

就以此同名之兩件審其孰為先有定為首率

其今有者則為三率而其餘異名之一件亦必先有也恒為二率

假如有句股形田長一百三十五步闊四十五步今截相似形長一百〇八步問闊若干

答曰截闊三十六步

一率　甲乙原長一百卅五步　為法

二率　乙丙原濶四十五步

三率　甲丁截長一百〇八步　相乘四千八百六十步為實

四率　丁戊截濶三十六步　法除實得數

定法實訣

以今截長一百○八步定為三率長與長同名以原長一百三十五步定為首率濶與長異名以原濶四十五步定為二率

又訣此已知之三件是原長原闊截長內長與長同名以原長是先有之數定為首率截長是今有之數為三率原濶與長異名為次率

按原長與原濶即大句大股截長截濶即小句小股也四者皆可以遞互相求三率中更互錯綜之理尤為易見

一　大股法　小股　大句　小句

二　大句　小句　大股　小股

三　小股　實　大股　小句　大股

四　小句　得數　大句　小股　大股

以比例言之大股與大句若小股與小句也更之則小股與小句亦若大股與大句也此為以股求句反之而以句求股則大句與大股亦若小句與小股也又更之則小句與小股亦若大句與大股也

一	大股	大句	小句	小股
二	小股	小句	大句	大股
三	大句	大股	小股	小句
四	小句	小股	大股	大句

又錯綜之則大股與小股若大句與小句也而大句與小句亦必若大股與小股矣又小句與大句若小股與大股也而小股與大股亦必若小句與大句矣

是為三率之八變

異乘同除定位法

三率定位與乘法除法無異（乘法以實單位為根定所對得數為法尾數除法以法首上一位作識定所對得數為所求單數並詳前卷）但所用之實以二率三率相乘而得握算者或疑其數之驟陞而不能守其定法則定位必訛而其理益晦矣故復論之（諸家算術往往有定位不確者皆由見乘後數多未免驚怖而輒為酌改故也）

假如六箇時辰馬行二百一十里今行五箇時辰當有若干里

答曰一百七十五里

一　六時為法

二　二百一十里 五時 相乘 一千〇五十里為實

三　一百七十五里 法除實得此數

四　論曰試以六時除馬行二百一十里得每時行三十五里以乘五時亦得一百七十五里原無可疑今先乘後除故以一千〇五十里為實驟觀之似乎太多究竟除後適得其本數

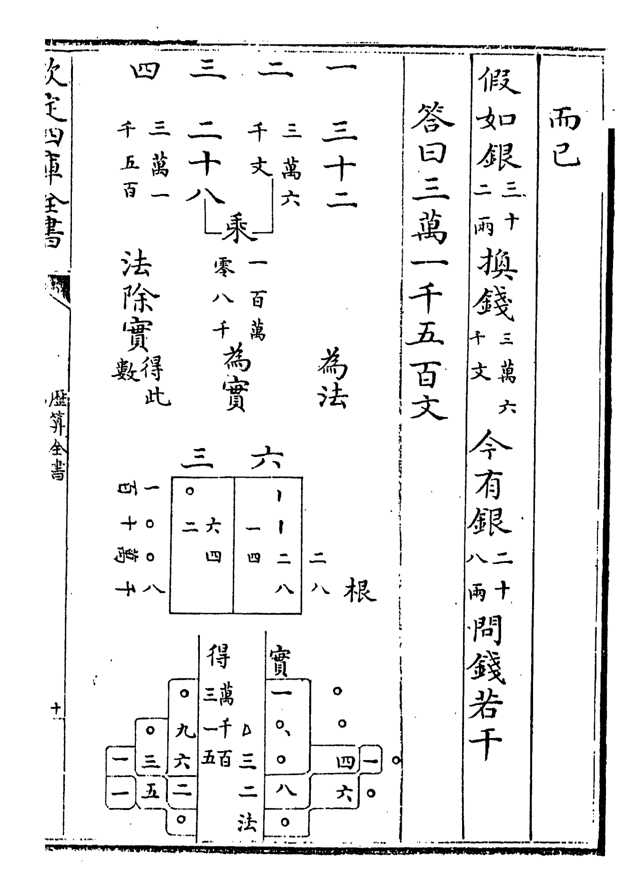
一　根 五 〇 五 〇

二　一 〇 一〇五 十四 十

實 〇 一〇 四 〇 五 三 〇

得一百七十五里 六法

〇 六 二 〇 四 三



而已

假如銀三十二兩換錢三萬六千文今有銀二十八兩問錢若干

答曰三萬一千五百文

一　三十二為法

二　三萬六千文

乘

三　二十八

一百萬零八千為實

四　三萬一千五百

法除實得此數

若以（三十二兩）除（三萬六千）得每兩錢（一千一百二十五文）以乘（二十八兩）亦得三萬一千五百文（知得數之同則知一百萬零八千之非誤）

異乘同除約分法

三率內有兩率相準可用約分者即改用所約之數易繁為簡如法乘除所得無誤而用加捷矣（兩率者其一首率其一次率或三率也凡以法約之必兩率相準次率三率祇用其一皆取其與首率相準也或兩率並為偶數則俱折半或兩率並可均剖為四則折半兩次或兩率並可均分為三則各取三之一或兩數互減而得等數則以等數約之並如約分法）

一率	二率	三率	四率	注
十八	十六	九十九	八十八	
九	八			此因首率次率皆偶數故折半
六	十六	三十三	八十八	此用首率三率各取三之一
二	十六	十一	八十八	此用首率三率各取九之一
一	八	十一	八十八	此用九約之數復以首次折半

論其比例為十八比十六若九十九與八十八也

半之則九與八之比例亦若九十九與八十八

以三約之則六與十六之比例若三十三與八十八

以九約之則二與十六之比例若十一與八十八

再約之則為一與八若十一與八十八

假如債房九箇月銀七十八兩問住二年該若干

答曰二百零八兩　法以二年成二十四个月依式列之

一　九个月　約為三　　重　三　又約為一

二　七十八兩　　　　　列　七十八　約為廿六

三　二十四月　約為八　　　八

四　　　　　　　　　　　　二百零八　八乘廿六即得此數

假如八色金六十兩換銀二百八十八兩今有九色金五十兩該若干

答曰二百七十兩　此以金折成足色六十兩作四十八兩五十兩作四十五兩算之

一　四十八兩　為一十六　一十六　又約為一

二　二百八十八兩　重　二百八十八　約為一十八

三　四十五兩　約為一十五　列　一十五

四　二百七十　十八乘十五得此數

右皆約得一數為首率故不須除但以二率乘三率即得所求為四率

重測法　三率有疊用兩次者謂之重測即兩箇異乘同除

假如有夏布四十五丈欲換棉布但云每夏布三丈價二錢棉布七丈價七錢五分問換棉布若干　答曰二十八丈

一　夏布　三丈　先用為法

二　價　二錢

三　今夏布四十五丈

乘得九兩為實

四　價　三兩　法除實得此數

重列

一　價七錢五分　又用為法

二　棉布　七丈

三　今價　三兩

乘得二十一丈為實

四棉布二十八丈　法除實得此數

此因兩布各有其價故先用法求得第四率以夏布變為銀就以此定為重列之第三率即今價也而以棉布價七錢五分為首率以與今價同名也棉布七丈為次率以與今價異名也如法乘除得所換棉布為四率

併乘除法

以兩次乘除併而為一是合兩三率為一三率也即古法之同乘同除古以併乘為異乘同乘以併除為異除同除今乘除俱用併法故謂之同乘同除也

假如今有芝麻五十四石欲換黄米但云芝麻三石換綠豆五石換黄米三石問該換黄米若干

答曰六十七石五斗

本法　　重列

一　麻　三石　豆　四石

二　豆　五石　米　三石

三　今麻　五十四石　今豆九十石　此重列之第三即先得之第四乃本法也

四　該豆　九十石　米　六十七石五斗

簡法即併法

一　豆乘麻十二石約為四為法

二　米乘豆十五石約為五

三　令麻五十四石　乘得二百七十石為實

四　該米六十七石五斗　法除實得此數

今以兩首率相乘為首率　亦以兩次率相乘為次率　以兩九十石對去不用故三率省乘是為併法實簡法也

論曰本用兩次乘除今以豆四石乘麻三石得十二石以除是併兩次除為一次除也以米三石乘豆五石得十五石以乘是併兩次乘為一次乘也依法求之即得所換米六十七石五斗

與兩次求者數同又因一率二率可用約分約之為四與五而法益簡

然則第三率何以獨異第三率徑用今麻不以豆九十石乘之是與併兩首率為首率併兩次率為次率者迥別曰重列之第三即先得之第四故可以對去不用不惟不用亦可不求重列之第三率既無乘併之用則原列之第四率不必更求其數而乘除之用已備今麻原係第三率今仍用為第三是三率之用本無所缺即所求之得數已清矣若第三率用豆九十石乘過之則所得第四率亦必為豆九十石乘過之米得數後必以九十石除之始能清出米數及多曲折今對去豆九十石不用則所得四率即米數直截了當故為簡法

又式

假如有戰兵七百名每年額餉一萬二千六百兩內有新着伍兵三百名已經應役七个月問該餉銀若干

答曰三千一百五十兩

一	七百名約為七	一	十二月	一	十二約為四
二	一萬二千六百	二	七月	重 二	一萬二千六百
三	三百名約為三	三	空	列 三	三約為一
四	空準前論不求第四率	四		四	三千一百五十

依重測併乘除法當以十二月乘七百名得八四。。為法以七箇月乘一萬二千六百得八八二。。又以三百名乘之得二六四六。。。。為實法除實得三千一百五十兩為兵三百名七箇月之餉

今用約分以七百與三百約為七與三皆百約之則首率次率各有七對去不用可省併乘

重列之時徑以十二為首率餉銀一二六。。為次率三為三率依法乘除而得四率　又以首率十二三率三約為四與一則徑以餉一二六。。為實以四為法除之得三千一百五十合問

變測法 古謂之同乘異除在三率謂之變測即幾何原本之互視法也

凡異乘同除皆以先有之一率為法 即首率 以先有之又一率乘今有之一率為實 即二率三率相乘

若同乘異除則反以今有之一率為法 同文算指列於第三今依法實之序定為首率 以先有之兩率自相乘為實 同文算指列於第一第二今定為第二第三 雖亦以法除實得今所求之又一率 即四率 與諸三率同而法實相反故曰變測

假如用秤稱物物重秤不能稱外加一錘稱得 八十四斤 本

錘一斤五兩加錘一斤三兩問其物實重若干

答曰一百六十斤

一　錘重二十一兩　為法

二　加錘共四十兩

三　稱重八十四斤　乘得三千三百六十斤　為實

四　實重一百六十斤　法除實得數

法以錘一斤五兩作二十一兩加錘一斤三兩作十九兩共重四十兩為先有之一率稱重八十四斤為先有之又一率相乘三三六〇為

實以本錘重二十一兩為今有之一率為法法除實得實重一百六十斤為所求今有之又一率合問

假如秤失去錘有所稱物重一百六十斤今以他物代錘重四十兩稱得重八十四斤問錘重若干　答曰一斤五兩

一　物重一百六十斤

二　稱得重八十四斤

三　他物代錘重四十兩

四　錘重二十一兩

假如布幔一具用布十六丈五尺布濶二尺今有布濶一尺五寸如式作幔該用若干

答曰二十二丈

一　今濶一尺五寸

二　原濶二尺

三　原長十六丈五尺

四　今長二十二丈

假如儲粟方窖長一丈二尺濶九尺深一丈今欲別穿一窖藏粟

與之等長亦一丈二尺但深加二尺五寸該濶若干

答曰濶七尺二寸

一　今深十二尺五寸

二　原深十尺

三　原濶九尺

四　今濶七尺二寸

此原長不動而加深減濶也　今深今濶相乘得九十尺與原深乘原濶等以乘長一十二尺得一千零八十尺亦等則其藏粟等

又問若依原窨之濶九尺但加長三尺該深若干

答曰深八尺

一　今長十五尺

二　原長十二尺

三　原深十尺

四　今深八尺

此原濶不動而加長減深也今長乘今深得一百二十尺與原長乘原深等以乘濶九尺並得一千零八十尺

假如有方倉高一丈八尺濶二丈深二丈一尺今更造一倉亦深二丈一尺但高減三尺問濶若干

答曰濶加四尺共濶二十四尺所儲米石即同原倉之容

一　今高十五尺

二　原高十八尺

三　原濶二十尺

四　今濶二十四尺

此原深不動而減高增濶也當與右二條參看倉之高即窖之深倉之深即窖之長

今高乘今濶得三百六十尺與原高乘原濶等再以深二丈一尺乘之得七千五百六十尺與原倉之容積等

假如原借八五色銀四十八兩今還九六色銀問該若干

答曰四十二兩五錢

一 今銀色九六 為法

二 原銀色八五 乘

三 原借四十八兩 四十零八錢 為實

四 今還四十二兩五錢 法除實得數

解曰原銀八五色是每兩實折八錢五分故以乘原銀得四十兩零八錢乃折實紋銀之數也還銀九六色是每九錢六分成一兩故以除折實紋銀得四十二兩五錢為應還之數凡零乘數反損零除數反增詳别卷

假如有田一區用三十二人耕治五日而畢今用四十人問該幾日　答曰四日

一　今用四十人

二　原用三十二人

三　原耕五日

四　今耕四日

假如決水修池水實濶三尺十二日涸出今開濶八尺

問水涸幾日

答曰四日有半

一 今濶八尺

二 原濶三尺

三 原十二日

四 今四日半

假如額兵五千六百設有一年之餉今衹留兵三千三

百六十名問其餉可支幾時

答曰一年零八箇月

一　今兵三千三百六十

二　原兵五千六百

三　原設餉十二箇月

四　今可支二十箇月

欽定四庫全書

曆算全書卷三十六

欽定四庫全書

曆算全書卷三十七

筆算卷四

宣城梅文鼎撰

通分法 併減乘除並有子母通分之用故別自為卷其畸零以十百千萬為等者不用此法

凡整數下有零分而不以十分成整當用通分其法以一整數剖為若干分是為母數其所帶零分在母數中得幾分之幾是為子數

通分子母列位法

通分列位其法有三曰化整為零曰以整帶零曰收零為整

假如有物一斤四兩則以一斤通為十六兩加入所帶四兩共二十兩兩列之

二〇斤以十六兩為母其所帶四兩是子今化斤為兩則可乘除謂之以母從子也

若欲通為銖則以每兩二十四銖為母通二十兩為四百八十銖

四八〇 此以斤通爲兩兩又通爲銖是兩次用通分也

若畸零累析有用通分三次四次以上者准此論之

如皇極經世一元有十二會一會有三十運兩次通之則一元有三百六十運 一運有十二世一世有三十年兩次通之則一運有三百六十年

若以元通爲年則用四次 元通爲會會又通爲運運又通爲世世又通爲年是四次用通分也 通得十二萬九千六百爲一元年數

假如古歴十九年七閏謂之一章其月謂之章月

二三五此以每年十二月通十九得二百二十八月加入閏七月共得二百三十五月為一章之月

右化整為零　古通分法曰通以分母納以分子蓋言以分母通其整數而以所帶零分加入也然亦有不納子而但通其整之時既以分母通之則整數不用全化為分故西學謂之化法

別有變零為整之法與此化整為零之法似同而實不同所以為零乘之用蓋化整則全化為零而不用整變零則全變為整而不用零其數則同謂自一至九之數

其等則異謂如零陞為單單陞為十之類詳見零除條

凡通分化整為零以便乘除不必更書其母若列位本法以整帶零當以母數子數並而書之曰幾分之幾若分下帶有小分則曰幾分之幾又幾分分之幾

假如有整數二十五帶有零分為整數十二分之七又仍帶零秒為分數三十分之十四

二五 十二之七 三十之十四 此如歷筭法一週十二宮一宮三十度今筭得星行二十五週又七宮十四度也

假如有整數十六又帶零數為整數七分之五

一六　七之五　此以一整數剖為七分而所帶零分適得其五也七為分母五為分子

假如有零數為整數三十分之十四又帶有小分為分數六之五

五

〇　三十之十四　六之五　此原無整數但有分又有小分其分以三十為母十四為子是一整數剖為三十而得其十四也小分以六為母五為子是一大分又剖為六而得其五也小分母古謂之秒母

右以整帶零

凡母數必大於子數其常也乘除之後有子數反多者法當以母數收之為整而帶其零

假如有零分十六其分母九此以子數反大當以母數收為整

九之十六　收得一九之七十六分內除九分收為整餘七分是為整一又九分之七也

假如方田之法以方五尺為步其積二十五尺今有積七十尺

○二十五之七十步法二十五尺而積有七十尺子數反多法當收整

收得二二十五之二十七十尺內除五十尺收為二步剩二十尺不能成步是為整二步又二十五分步之二十

假如古歷法以十九年為一章四章為一部今距歷元中積一百年問在第幾部第幾章

答曰第二部第二章之第六年

法先以章法十九收九十五年成五章剩五年次以節法四收四章成一節剩一章通列之成一節一章零五年是為已過之數令正在交第二節第二章之第六年也

一　一　五
節　章　年

右收零為整凡欲乘除必化整為零既乘除矣仍必收零為整此二者相須為用也

此外仍有除零附整之法其法以分母為法分子為實實如法而一得零數為整數十分之幾或百分千分萬分之幾所謂退除為分秒也見除法命分

通分併子法

通分併子其類有三曰母同者曰母不同者曰大分又

帶小分者而所以併之之法有七曰徑併法曰變分母法曰互乘法曰連乘法曰維乘法曰截并法曰通母納子法

徑併法

凡分母數同者徑并其子併滿母數收為整數在三宗以上而母同者皆可徑并其子或大分之下帶有小分而分母同者並用此法

假如有絲五分斤之四又五分斤之三併之若干

荅曰整一斤又五分斤之二

五之四

五之三

此因兩母同為五故徑併其子

子數七母數五是子滿母數而且

有餘也當以母數收之得整一零

五之二

併得五之七　歸整一又五之二

以上分母同者徑併其子為通分併法之一類

變分母法

凡分母不同而有比例可求者變而同之可省互乘

假如有數六之三又加四之一共若干

答曰共四之三

六之三 變四之二

四之一

併得四之三

法以六之三母子各損三之一變為四之二則兩母同為四而其子可併矣

所以然者四與六是倍半比例故去三分之一即相同也

假如有金八分兩之五又四分兩之三併之若干

答曰一兩又八分兩之三

八之五

四之三 變八之六

併得八之十一 歸整得一又八之三

八與四為折半比例然不以八折半者其子奇數不可半也故以四之三加倍即母數齊同可相併矣

互乘法

凡分母不同而無比例可求者先互乘以同其母再以母互乘其子而併之（數在三宗以上而母不同者皆可用此法）

假如有物四分石之三又七分石之四共若干 答曰整一石又廿八分石之九

四之三　七之四（互）
得廿八
之廿一　之十六

併得廿八之卅七
歸整得一又廿八之九

先以右母四互乘左母七得廿八又互乘子四得十六變七之四為廿八之十六 次以左母七互乘右母四及子三變四之三為廿八之廿一 兩母既同遂併其子為二十八之三十七 以滿共母二十八收為整一仍餘九

凡三母內有兩母相乘與餘一母同者秖用一互乘即可相併

假如有甲乙丙丁四數乙得甲七之六丙得甲五之四丁得甲卅五之二十三若合乙丙丁三數得甲數若干　答曰得甲數二又三十五之十一

乙七　之六　得卅五之三十
丙五　之四　得卅五之廿八
（互）
丁卅五　之廿三
併得卅五之八十一
歸整得甲數二又卅五之十一

法以乙丙兩母相乘三十五與丁母同數即用乙母七互乘丙五之四得三十五之廿八丙母五互乘乙七之六得三十五之三十以併丁三十五之二十三共得卅五之八十一以滿母卅五成整數合問

連乘法

凡數三宗以上者用母連乘為共母又以各母除之得數以乘其子為子而併之併滿共母收為整

假如有數六之四又加三之一又加五之四併之若干

答曰整一又九十之七十二

法以六乘三得一十八又以五乘之得九十為連乘之共母

六之四　　之六十

即六除共母得數以乘之四之數

三之一　　共母九十之三十

即三乘共母得數以乘之一之數

五之四　　之七十二

即五除共母得數以乘之四之數

併得九十之一百六十二　歸整得一又九十之七十二

解曰 此即互乘也試以五互乘六之四得三十之二十又以三互乘之即成九十之六十 以六互乘三之一得十八之六又以五互乘之即成九十之三十 以六互乘五之四得三十之二十四又以三互乘之即成九十之七十二

維乘法 此古維乘法也與母除共母以乘子之法所得同

三十

十五　十八

五　　　六

三十

三六相乘得十八 即五除 之四得七十二

六五相乘得三十 即三除共母數以乘子 之一得三十

五三相乘得十五 即六除 之四得六十

假如錢糧一次完過九分之一又完四分之一又完六分之一又完六分之一又完七分之一問共完若干 答曰五百〇四之四百零一 約為十分之八稍弱

法以八乘六得四十八再以七乘之得三百卅六又以九乘之得三千○廿四又以四乘之即得一萬二千○九十六

九之一　以九除　一千三百四十四

四之一　以四除　三千○百二十四

八之一共母一萬二千○九十六　以八除共母得一千五百一十二

六之一　以六除　二千○百一十六

七之一　以七除　一千七百二十八

併之得　一萬二千○九十六　之九千六百二十四

約為五百○四之四百○一廿四約之

解曰此即連乘法也但因分子皆為之一故即以母除共母之數為子相併而省一乘

試用維乘所得亦同

四　三千〇二十四
八　一千五百十二
六　二千〇十六
九　一千三百四十四
七　一千七百廿八

四八六七得一千三百四十四即九除

八六七九得三千〇廿四即四除

六七九四連乘得一千五百十二即八除共母數

七九四八得二千〇十六即六除

九四八六得一千七百廿八即七除

截併法

凡數件中有分母同者先取出併之然後與各件並列則五件可作四件用（六件以上倣論）而共母亦簡

如前圖有八之一四之一四之一為加倍比例可先取併之（用變分母法）

八之一

四之一（變為八之二）

併得八之三

乃重列之（原數五宗今作四宗入筭餘並同前）

八之三　之一千一百卅四

九之一　之三百卅六

七之一　共母三千〇二十四　之四百卅二

六之一　之五百〇四

併得三千〇廿四之二千四百〇六

解曰共母原係一萬二千〇九十六今只三千〇二十四簡四之三故所得之子皆於前式爲四之一

凡宗數繁多而分母又各不同者可分作幾次併之

假如有物四宗甲數五分斤之三　乙數六分斤之一　丙數三分斤之二　丁數七分斤之四　併之若干

答曰整二斤又六百三十分斤之三

甲五之三 乙六之一 互得三十 併得二十三

丙三之二 丁七之四 互得廿一 併得二十六

甲之十八 乙之五

丙之十四 丁之十二

如上圖依法互乘以四宗併作兩宗乃重列之

甲乙 三十之廿三

丙丁 二十一之廿六

互六百卅之 四百八十三

七百八十

併得六百三十之一千二百六十三

歸整二又六百卅之三

大分帶小分併法

凡大分之下帶有小分而母相同者如法併之自小分起滿小分之母進為大分滿大分之母進為整

若大分之母同而小分母不同者用互乘法使其同餘如上法

若大分母不同者即通大分為小分再用互乘以同之

假如西歷以一日分二十四小時一時又析為六十分今筭得中會二十九日十七時三十六分實會該加七時四十分依法併之得三十日零一時一十六分

原　二九　一七　三六　（廿四之　六十之）

加　｜｜　〇｜七　四十　（廿四之　六十之）

併得三〇日〇一時十六分

時為大分大分之母二十四時下為小分小分之母六十先併小分得七十六以滿六十進為一時仍餘十六分次併大分得二十五時以滿二十四進為一日仍餘一時

假如修築河堤新修七里〇六十六步一尺舊堤原存一十二里二百九十三步四尺問堤長若干　答曰長二十里

新修　〇七　〇六六　一

原存　｜二　｜二｜九｜三　四

共長二〇里〇〇〇步〇尺

里法三百六十步法五先併尺一四共五進一步次併步共三百六十進一里次併里二七及所進之一共十里併原十里是為堤長二十里合問

假如有硃砂八斤十兩〇九銖又有三斤五兩十八銖共若干

答曰十二斤〇三銖

八　一〇　〇九

三　〇五　一八

銖滿二十四進一兩餘三兩滿十六進一斤斤共十二是為一十二斤〇三銖合問

共一二斤〇〇兩〇三銖

右大小分母俱同故徑以子併

假如甲數九之四又小分五之四乙數九之八又小分八之三併之若干

答曰整一又九之四又小分四十之七

先同其小分之母

甲小分五之四　之卅二

乙小分八之三　之十五

互

得四十

先以小分母相乘得四十為共母　又互乘其子變五之四為四十之三十二變八之三為四十之十五

小分母既同乃重列而併之（餘同上）

甲　九　之四　之三十二

乙　九　之八　又四十　之一十五

併之　得九之十二又四十之四十七

歸整一又九之四又小分四十之七

小分滿四十收為大分一大分滿九收為整一

右係大分母同而小分之母不同故互乘之使其同

假如有田二坵甲坵二畝又四分畝之三又小分五之一丙坵一畝又三分畝之二又小分四之三併之若干

答曰整四畝又六十分畝之四十三

先以甲小分母五通大分四之三為小分二十之十五加入原帶小分一共二十之一十六為甲數

又以丙小分四通大分三之二為小分十二之八加入原帶小分三共十二之十一為丙數

解曰此即古通分納子之法也以大分盡通為小分而納小分焉實則以小分陞為大分也

甲二又二十之十六　　之一百九十二

丙一又十二之十一　　之二百二十

互

得二百四十

併得三又　二百四十之四百一十二

歸整四又二百四十之一百七十二　約為六十之四十三

右係大分母不同故盡通為小分而併之

以上大分帶小分法為通分併子之又一類

凡通分併法以通分減法還原互見後除

通分子母減法

通分減法亦有三類曰母同者曰母不同者曰大分帶小分者而其減之之法有五曰徑減法曰變分母法曰互乘法曰子乘母除法曰通母納子法併之與減猶乘之與除可以互相還原相反而適相成也故所用之法皆同

徑減法數在三宗以上而母同者並用此法

凡分母同者徑以相減不足減者以分母通整數減之

假如有紵絲一疋零五分疋之三用過五分疋之三問仍存若干

答曰五分疋之四

原一　五之二

減　五之三

存○　五之四

此以之三減之二則減數反大於原數不足減以借法作點於足位借原數一足通作五分併之二共成五之七內減去五之三仍存五之四合問

以上分母同者徑以對減為通分減法之一類

變分母法

凡分母有可以比例言者以比例同之可省互乘

假如有數六之三又有數四之三其較若干

答曰四之一

四　之三

六　之三　變四　之二

四與六是倍半比例故以六之三變為四之二則母數同而可以相減

較　　四　之一

假如有整數一零八之三減去四之三該存若干

答曰八之五

整數一　八　之三通為八之十一

減數　四　之三變八之六

存數　八之五

以分母通整數為八納分子之三為八之十一又以四之三倍作八之六則母數同可以相減盖八與四是加倍比例

互乘法

凡分母不同者先互乘以同其母再以母互乘其子而減之

假如有兩數甲五之三乙七之四不知誰多

答曰乙不及甲三十五分之一

甲五　之三

乙七　之四

互得三十五

之二十一

之二十

甲多　三十五之一

法以兩分母五七相乘得三十五為共母又互乘其子變甲數為三十五之二十一變乙數為三十五之二十以相減則乙不及甲者其較為三十五分之一

凡分母同者視其子為大小子數大者即大小者即小若子同而母不同者

反是母數大者子數反小亦以互乘見之如後圖

甲六之四　乙五之四　互得三十之二十　之廿四

丙四之三　丁五之三　互得二十之十五　十二

乙多三十分之四　丙多二十分之三

右二則以分相較而辨其多寡即古課分之法也

凡三母内有兩母相乘與餘一母同者只用一互乘即可相減

假如有甲數二又三十五之十一乙得甲七之六丙得甲五之四餘為丁數該若干

答曰丁得甲三十五之二十三

甲數二　三十五　之十一通為卅五之八十一

乙減　七　之六　之三十

丙　五　之四　互得卅五　之二十八

丁存　三十五之廿三

先以分母通整數為分而納入分子次以減數分母相乘為共母又互乘其子而併之是為三十五之五十八以減甲數仍餘三十五之廿三合問

子乘母除法

凡分母有可以相除者以分母除其分母得數轉以乘子而減之其餘數仍以分母除之即得約分之數若原係兩分母互乘而併者用此法可知原母數在三宗以上而母不同

者並用此法可代維乘

假如有沉香一石零二十八分石之九用去七分石之四該餘若干

答曰四分石之三用此與通分併子第四條假如對勘可以互相還原

共數一　廿八之九　變為三十七以分母通共數而約分子即得此數

減　七之四　變為十六以減分母除共數分母得數以乘減分子即得

存　廿八之　二十一　約為四之三

法以分母通共數一為二十八併子之九共三十七變共數為二十八之三十七　又以減分母七除共數之分母二十

八得存數原母四以乘減分子四得十六變減數為二十八之十六兩相減得所存數為二十一於是仍以減分母七除之得存數原子三變存數為四之三

論曰此亦變分母法也其數與互乘所得無異但用互乘則數益煩故用子乘母除之法變七之四為二十八之十六母既相同即可以相減矣若互用異乘同除則成三率之比例如後圖

一率	分母七
二率	分子四
三率	分母廿八
四率	分子十六

法以子之四乘所變分母二十八得一百十二為實分母七為法除之得所變分子為十六其比例為七與四若二十八與十六也

又論曰存數不用約分法而竟以分母七除何也曰約分之法以對減而得紐數今分母七既可以除其母二十八又可以除其子二十一即紐數也又何事於對減之煩乎況用之互乘還原尤為親切蓋互乘之共母既以原母相乘而得即無不可以原母除之而盡也

假如有整數一又九十之七十二甲得六之四乙得三之一餘為丙數該若干

答曰丙得五之四

原數一九十之七十二　通為九十之一百六十二

甲減六之四　之六十

乙三之一　變為九十　之三十

丙存五之四　九十之七十二

法曰先以分母通整一為九十併分子七十二是為九十之一百六十二　次以甲分母六除原母九十得十五以甲分子四乘之得六十為甲數　又以乙分母三除原母九十得三十以乙分子一乘之仍三十為乙數

合甲乙兩數得九十以減原數一百六十二仍餘七十二為丙數以法約之為五之四　約分法詳後條

約分捷法　置丙存數九十之七十二為實以甲乙分母六三相乘得

數十八為法除之得五之四為丙存數以十八除九十得五十八除七十二得四約分本法用子數七十二減母數九十得十八以轉減子數得五十四再遞減之亦餘十八是為紐數乃用為法以除子母數得約分五之四今改用甲乙丙母相乘亦得十八為法何也以原數九十可以六除亦可以三除知其為三數維乘而得者也故於還原最切

論曰此有分母三宜用維乘然其數並繁故改用子乘母除之法則三母齊同可用相減而法與數俱簡矣

試先減乙丙數則所存者即甲數法同上

原數一九十之七十二　通為九十之一百六十二

乙減三之一　變為九十之三十

丙減五之四　變為九十之七十二

甲存約為六之四　即九十之六十

若先減甲丙數則所存者必乙數其法並同茲不悉具

按如此互求即知無誤可無假他法還原矣

假如有數五百〇四之四百〇一甲得八之一乙得六之一丙得七之一丁得九之一餘者為戊數該若干　答曰戊得四之一

原數　五百〇四之四百〇一

甲減　八之一　六十三

乙減　六之一　八十四

丙減　七之一　七十二

丁減　九之一　五十六

以各減母除原母得

共減　二百七十五

戊存　五百〇四之一百二十六

約為　四之一以所存之數除原母即得

解曰此因分子俱係之一故即以除數為得數也

以上分母不同者為通分減法之又一類

大分帶小分減法

凡大小分母並同者謂原數之大小分母與減數之大小分母也下倣此竟以對減不足減者借整數以分母通為分小分不足減亦以小分之母通大分為小分其借上位皆作點誌之

若大分母本同而小分母不同者用互乘以同之餘如上法

若大小分母俱不同者用通分法盡通大分為小分而約小分焉餘如上法

假如西歷筭得某月平朔三十日〇一時一十六分其實距時七時四十分為減號問實朔在某甲子某時刻

答曰壬辰日酉初二刻〇六分 以二十九日命為壬辰日以十七時命為酉初其小餘三十六分以三十分收為二刻尚餘六分命為壬辰日酉初二刻〇六分

	日	時	分
平朔	三〇、	〇一、	一六、
實距時		七、	四〇、
實朔	二九、	一七、	三六、

時為大分大分以二十四為母時下為小分小分之母六十

先減小分四十原數只十六不足減作直號於大分位借一分通為小分六十并原小分共七十六減四十餘三十六 次減大分七原數一已借去亦借整一通為二十四減七餘十七 原數三十因借減一餘二十九

凡大小分母不同者謂大分之母與小分之母不同也須作點以別之故借整化零之點改為直號

右係大小分母並同故竟以對減

假如有整數一又九之四又小分四十之七甲得九之四又小分五之四餘為乙數該若干

答曰乙得九之八又八之三

先互乘其小分

四十之七　五之四

互得二百

之三十五　之百六十

乃重列之小分既同即可相減

整數一　九之四又　二百之三十五

甲減　九之四又　二百之百六十

乙存　九之八　二百之七十五　約為八之三

法曰先減小分減數大原數小不足減乃作直號於大分位借一分通為小分納原數共二百三十五減一百六十餘七十五次減大分原數四因借減一變三亦借整數一通為九共十二減四餘八整數借減盡

試先減乙用變分母法以代互乘餘並同上

原數一　九之四又　四十之七

減乙　九之八又八之三變四十之一十五

存甲　九之四又五之四即四十之三十二

解曰四十與八是五倍比例故以乙小分八之三母子各五倍之即變為四十之一十五則兩母齊同可以對減矣

右係大分母同而小分母不同故用互乘以同之

假如甲丙兩坵田共四畝又六十分畝之四十三甲坵二畝又四分畝之三又小分五之一餘為丙坵該若干

答曰一畝又十二分畝之十一即六十之五十五母子各五約之為十二之十一

法先以甲小分母五通大分四之三為二十之十五加入原帶小分一共二十之十六乃列而減之如此則大分小分合而為一與原數無小分者類矣

原數四　六十　之四十三

減甲二又　二十　之一十六　變為六十　之四十八

存丙一又　六十　之五十五

用變分母法以甲子母各加三倍變二十之十六為六十之四十八以減原數四十三不及減乃作直號於整數位借一

數通為六十分納原數共一百〇三減甲數四十八餘五十五次減整數整數四因借減一成三減甲二仍餘一是為整數一又六十之五十五即丙存數也

右係大分母不同故通為小分而減之

以上大分帶小分法為通分減法之又一類

通分子母乘法

假如有田三十六畝六分每畝徵銀三分錢之二問該銀若干

答曰二兩四錢四分

根
實三六六
法二
六二二
○一一
得七三二
十分

法以分子之二乘田三十六畝六分得七十三分二以分母三收之得二兩四錢四分合問

何以知其為七十三分也曰原問每畝徵銀三分錢之二分故於右行實數內尋每畝之位為定位之根以横對左行得數即命為分則上下俱定矣

假如有銀六十四兩每兩買銅八斤十二兩該銅若干

答曰五百六十斤

根

實　六四

三二〇〇
一二二八
四二
八二
一二
四三一

五　七　八
法

得五六〇〇〇
百十斤分釐

先以斤法十六收十二兩為斤下之七分五釐加八斤共八七五為法以乘銀六十四兩得五六〇〇〇即於右行實數内尋每兩位以横對左行得數命法尾釐推而上之定為五百六十斤

假如有米五石又三分石之二每石價銀九分兩之八該銀若干

答曰五兩又二十七分兩之一

根

一七

一八六
○五

八

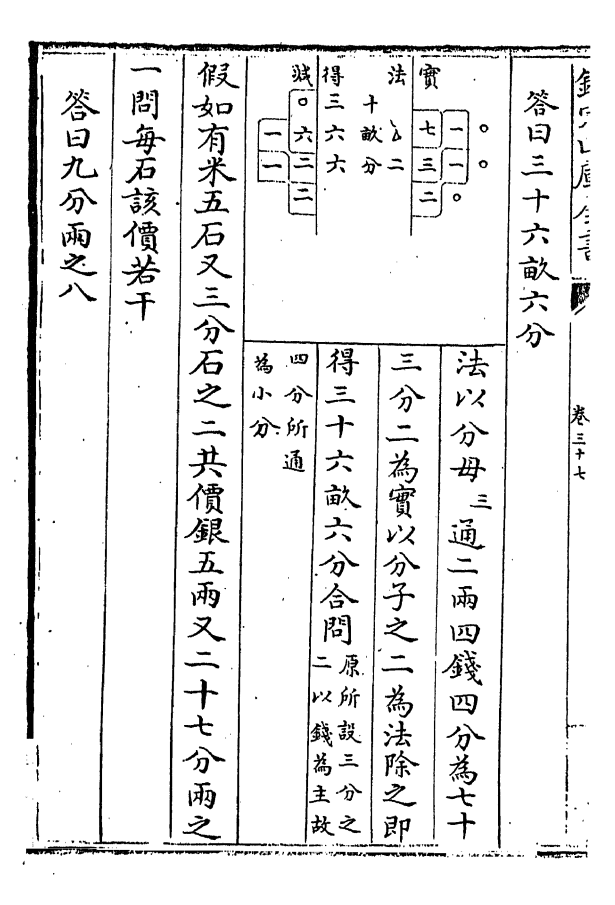
一三六

百十分

法以分母三通五石為十五分納子二共十七分以價之八乘之得一百三十六又以兩分母三九相乘得二十七收之合問

通分子母除法

假如每田一畝徵銀三分錢之二今完編銀二兩四錢四分該田若干



答曰三十六畝六分

實 ○○○ 一一 七三二 一三二
法 二十畝六分
得三六六
賸 ○六二二 一一

法以分母三通二兩四錢四分為七十三分二為實以分子之二為法除之即得三十六畝六分合問原所設三分之二以錢為主故四分所通為小分

假如有米五石又三分石之二共價銀五兩又二十七分兩之二

一問每石該價若干

答曰九分兩之八

減	得	法	實	
〇	八 分	△	一	〇
五 八		一	三	〇
六		七	六	〇

法先以米分母(三)通五石為十五分納子二共十七分為法又以價分母(廿七)通五兩為一百三十五納子一共一百三十六分為實法除實得八為每石三分一之價以分母三乘之得二十四分為每石價命為二十七分兩之二十四約為九之八

又捷法 以米分母三除銀分母二十七得九為每石價之母即以除出之數為子即九之八

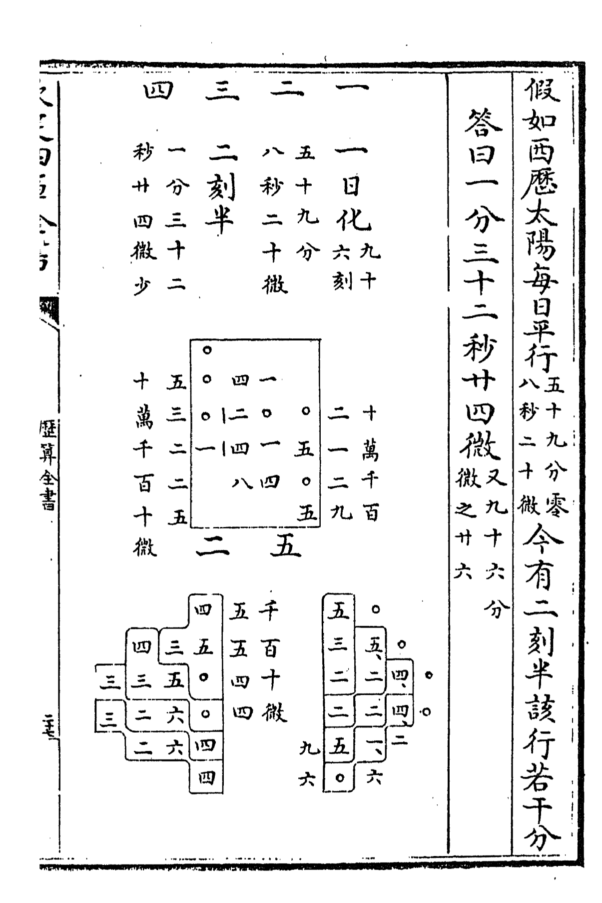
假如有絲一斤又六分斤之四共價一兩又四十二分兩之二

十問每斤價若干　答曰七分兩之六又十之二

法先通絲一斤為六分納子四共一十為法又通銀一兩為四十二分納子二十共六十二退一位即一十除也命為單六又小分二即每斤六分一之絲價也於是以分母六乘之得三十六又小分十二為每斤價是為四十二分兩之三十六又小分十二也子母並六約之為七分兩之六又小分十之二

捷法以絲分母六除價分母四十二得七為每斤絲價之母即命為七分兩之六又十之七

通分子母三率法即異乘同除



假如西歷太陽每日平行五十九分八秒二十微零今有二刻半該行若干分

答曰一分三十二秒廿四微又九十六分微之廿六

一　一日化九十六刻

二　五十九分八秒二十微

三　二刻半

四　一分三十二秒廿四微少

法先通五十九分為三千五百四十秒加原帶八秒共三千五百四十八秒又通為二十一萬二千八百八十微加原帶二十微共二十一萬二千九百微在位以二刻半乘之得五十三萬二千二百五十微為實以一日化九十六刻為法除之得五千五百四十四微不盡除滿三千六百微收為一分又一千九百二十微收為三十二秒仍餘二十四微不盡者以法命之是為一分三十二秒二十四微又九十六分微之二十六

論曰此小數法也何則二十一萬二千九百者是每日九十六刻之數今以二刻半乘之於刻下多一位故截去得數尾一位命為百

假如以粟易布每粟六分石之二易布五分疋之三今有粟一

石又三分石之二該布若干　答曰三疋

一　粟六分石之二（母子各減一倍）變為三之一

二　布五分疋之三

三　粟一石又三之二（以分母三通之）通為三之五　乘得十五（首率是一省除）

四　布五分疋之十五　收為整三疋（兩粟母同為三省不用只以布分母收之）

用變分母法變一率六之二為三之一則兩粟母相同可省

互乘而子變為之一又可省除只以三率一石用分母通為

三納子二共五以乘二率布分子之三得十五再以布分母

五收之即得三足合問

假如以銀換金每銀二兩又三分兩之二換金九分兩之二今有銀六分兩之四該金若干

答曰十八分兩之一

一　銀二兩又三之二　通為三之八　互得十八之四十八

二　金九分兩之二

三　銀六分兩之四重列六之四　互得十八之十二

乘得廿四

四　金十八分兩之一

法以一率分母三互乘三率六之四為十八之十二與二率之二相乘得二十四為實又用一率分母三通二兩為六分納子二共八是為三之八復以三率分母六互乘之為十八之四十八以乘金母九得四百三十二為法法大實小以法命之為四百三十二之二十四母子各二十四約之即十八分兩之一合問

若用變分母法則如後式

一 銀二兩又三之二 通為三之八乘得七十二為法以金母九乘之八也

二 金九分兩之二

三 銀六分兩之四 變為三之二乘得四為實法大實小以法命之

四 金七十二分兩之四 約為十八之一子母各四約之

解曰十八分兩之一即五分五釐五五不盡

畸零帶分子母乘法

假如以八之五乘四之三該若干

答曰三十二之十五

八之五

四之三

法以母乘母得三十二子乘子得十五即三十二之十五為乘得數也

又法以除代乘則倒位互除之

八之五

四之三

法以五除四得八為母數以八除三得三七五為子數是為八之三七五與乘得之數同

解曰四除三十二得八四除十五得三七五若四因八得三十二四因三七五亦得十五

用法

假如穀一石價二十七分兩之十六今有穀四分石之三價若干

答曰九分兩之四

一　穀一石

二　價廿七之十六　相乘　以母乘母得一百〇八子乘子得四十八子母皆十二約之為九之四

三　穀四分石之三

四　價九分兩之四　因首率是一故省除即以九之四為得數

解曰二十七分兩之十六即五錢九分二釐六毫弱也穀四

分石之三即七斗五升也價九分兩之四即四錢四分四四

不盡也

若用倒位除以代乘則徑得九之四

法　四之三

實　廿七之十六

法用母四除十六得四為子用子三除二

十七得九為母是為九之四也

畸零帶分子母除法

假如以五之四除四之三該若干

答曰八之七五

法五　之四
實四　之三

法以母除母得八子除子得七五是為八之七半即除得數也

又法以乘代除則倒位互乘之

法五　之四
實四　之三

法以母五乘子三得十五為子以子四乘母四得十六為母是十六之十五與除得之數同

解曰十六即八之倍數十五即七五之倍數故其數同

用法

假如以絹易緞絹五分丈之四換緞七分丈之四問絹每丈該

緞若干

答曰該換緞七分丈之五

一 絹五分丈之四 法以母除母得一四子除子得一〇是

二 緞七分丈之四 為一十四之一十子母各半之為七分

三 絹一丈 之五 三率是一省乘即用緞七之四為實

四 緞七分丈之五

解曰五分丈之四者八尺也七分丈之四者五尺七寸一分强也七分丈之五者七尺一寸四分强也

若用倒位乘以代除所得亦同

法五　之四
實七　之四

法用子四乘母七得廿八為母用母互乘子四得廿為子子母各取四之一即七之五也

論曰同文筭指有畸零乘除之法甚為簡妙然莫適所用今以三率列之則實數可稽而用法亦明矣

畸零乘除定位

凡乘法得數必大於原問之數若畸零乘則其數反降凡除法得數必降若畸零除則其數反陞盖即異乘同除之理諸家筭

術皆未經說破故定位多訛茲以三率明之如左

假如換珠每珠一兩值銀二十四兩今有珠三分五釐該若干

答曰八錢四分

一　珠一兩

二　價二十四兩

三　珠〇〇三五

四　價八錢四分

根

實〇〇三五

二四

二法

得〇八四〇

兩錢分釐

此首率是單兩而三率有分釐是單下有三位零也故截去得數尾三位命法

尾兩兩位空定所得為八錢四分

論曰此即以乗出之數為四率者以首率是單一兩故省除耳試即以三率實尾位釐為單而定所得為八百四十兩為實亦陞首率單兩為千釐為法除實即以實數降三位亦仍得八錢四分合問此除已詳二卷乗法中茲以三率列之於定位之理益明

又論曰乗除之難在於定位而畸零為尤難所以者何凡定位以單數為根而畸零無單位可言故也前

於乘法中立本數大數小數三法以尋每位可以御畸零矣於除法猶未有以處也今皆歸之三率惟視三率中所有之數即命為單數如金銀之類本以兩為單今視三率中有分即以分為單而兩則為其百數又如米穀之類本以石為單今三率中有斗即以斗為單而石則為其十數他做此則雖畸零皆可作整數算無論乘除一以貫之矣是為以零變整而乘除之後得數無異此所以別於通分化整為零之法也

假如有珠三分五釐價銀八錢四分問每兩珠價若干

答曰二十四兩

一　珠三分五釐

二　價八錢四分

三　珠一兩〇〇分

四　價二十四兩

〇	一	八		
〇		四		
〇				
〇				

十兩錢分 △三五

二	〇		
四	六	一	一
〇	〇	二	二
〇	〇		

此一率首位是分即以分為單數以二率陞兩位作八十四兩為實以法三分五釐對實分位列之除畢於法上一位命為單分推而上之定得數為二十四兩合問

解曰二率陞二位為實者即百分乘也分原在單兩下二位今既陞為單則單兩亦陞二位成百分也

假如銀二錢四分買稻九十六斤每兩該若干

答曰四百斤

一　銀二錢四分

二　稻九十六斤

三　銀一兩○錢

四　稻四百斤

九六	○	○
○		
百十斤	二四	
四○○		
○八六	一	

此以錢為單數則三率單兩成十錢而二率亦陞一位成九百六十○斤為實於是以法二錢對實○位列之以單錢對單斤也除畢於法上一位命為單斤即得數為四百斤合問

假如以豆換油豆四斗八升換油十二斤今豆十石該油若干

答曰二百五十斤

一　豆四斗八升

二　油一十二斤

三　豆一十〇石〇斗

四　油二百五十斤

〇〇　〇〇　二四　一二〇〇　百十斤　△四八　二五〇　〇八六〇　一〇　二四

此以斗為單數則三率十石成百斗故二率亦陞兩位作一千二百斤為實以法四斗對實〇斤位列之亦以單斗對單斤也餘亦同

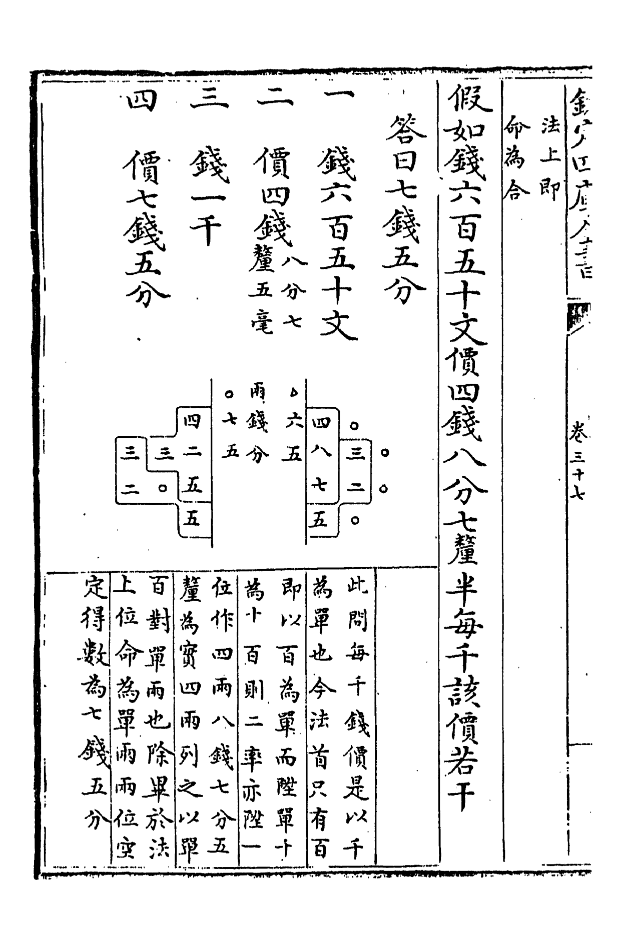
假如芝麻六斗四升四合換豆一石今芝麻四石八斗三升該豆若干

答曰七石五斗

一　芝麻六斗四升四合
二　豆一石
三　芝麻四石八斗三升
四　豆七石五斗

此仍以石為單故俱原數不變而法上一位亦即為單石

若以斗為單則命實為四十八石三斗以二斗乘之也率十而以法首六斗對實三斗列之除畢於法上位定為斗亦得七石五斗或以升為單以合為單得數亦無不同也以升為單法上即命為升以合為單



法上即命為合

假如錢六百五十文價四錢八分七釐半每千該價若干

答曰七錢五分

一　錢六百五十文

二　價四錢八分七釐五毫

三　錢一千

四　價七錢五分

此問每千錢價是以千為單也今法首只有百即以百為單而陞單十為十百則二率亦陞一位作四兩八錢七分五釐為實四兩列之以單百對單兩也除單於法上位命為單兩兩位實定得數為七錢五分

曆算全書卷三十七

曆算全書卷三十八

宣城梅文鼎撰

筆算卷五

開平方法

測量句股全恃開方開方有平有立而平之用博以其有實無法故别為一術以佐乘除之所窮

平方者面羃也其形正方故亦為自乘之積開平方者以

自乘之積求正方之邊故西法謂之測面其邊謂之方根法先列實　依除法作兩直線以所用方積列於右直線之右自上而下至單位止無單作○

次作點定位　自單位作一點起每隔一位點之有一點則商一位　如有二點則商數有十有三點則商數有百

次定初商　皆自原實最上一點截定為初商之實　如點在首位即以一位為初商實點在次位即合兩位為初商實　以自乘數約而商之皆以點處為本位點上一位為進位　本位者單數也如一商一四商二九商三

其自乘皆本位不論百與萬以上皆作單數用進位者十數也如一六商四二五商五以至八一商九其自乘皆有進位不論千與萬以上上皆作十數用

又法　以初商實入表皆視初商實有與表同數或稍大於表數者用之以命初商如一商一四商二此與表數相同也如二三亦商一五六七八皆商二此比表數稍大也若至九則商三又為相同之數矣十至十五皆商三皆比表數稍大至十六商四又為相同之數他皆倣此

初商表　凡初商三以下減積在本位四以上減積合兩位此表明之

初商數	一	二	三	四	五	六	七	八	九
自乘積	○一	○四	○九	一六	二五	三六	四九	六四	八一

用表捷法　但視初商實不滿表上自乘積者退一格即商數如不滿○四即商一不滿○九即商二他倣此

既得商數即書於左直線之右皆對初點之進位書之凡商得一二三四書於點之上一位五以上又進一位凡商得五六七八九書於點之上兩位

次減實　以初商數自乘書於左直線之左皆以本位對初點如初商一二三自乘一四九皆本位即對初點書之如初商四五六七八九其自乘皆有進位則以下一字對初點

就以此命為減數以對減右直線所列方積　如減積不盡則有次商

次商之法　倍初商得數為次商廉法對原實位書於右直線之左視實有二點則初商是十有三點初商是百四點初商是千各取倍數對原列方積千百十零之位書之倍而言十

者亦進位對之截原實第二點為次商之實次商減積至此點止以廉法約實為次商數並依除法約之挨書於初商之下即用次商數為隅法亦書於廉法之下為次商廉隅共法省曰次商法以與次商數相乘書其數於左直線之左皆以法首位所乘之進位對次商數書之若言如之數亦以。位對之法有幾位徧乘而挨書之至次點止　又法先以法尾位隅法乘次商數以本位對次點書之進位上一字書之依乘法例自下而上法有幾位皆徧乘而迭進書之至次商數止亦同命為次商減積數以對減右直線餘積而定次商皆減積至次點止如減數大於餘積則改次商亦改隅法如上乘減及減而止次商減積不盡則有三商

三商之法　合初商次商數倍之為廉法簡法只以隅法加倍增入次商法內即三商廉法　截原實第三點為三商之實三商減積至三點而止餘並同次商如減積不盡則有四商

四商以上並同三商法

審○位之法　若次商廉法大於第二點以上餘積或數適相同是商得○位也凡商得一數者其減積必與廉法同而多一數以為隅故僅同者無隅積也即不能商一數而成○位則書○於初商之下以當次商亦增○於廉法之下為三商廉法三商以上有○並同若應商幾位而於初商或次商即已減積至盡是末幾位皆商得○也俱補作○

命分之法　若已商得單數而仍有餘積當以法命之以商得方根倍之加隅一為分母不盡之數為分子命為幾分之幾雖未商得單數而餘積甚少不能成單一數亦以法命之前審。位云廉法大於餘積者但取第二點以上相較不論千百十零其所謂不能商一數者或是一千或是一百不拘定是單一也故商。之後仍有所商與此不同

還原法　以商得方根自之有不盡者以不盡之數加入之即得原實

又簡法作直線於左方以應減之積依併法併之必合原實有不盡數亦加入之並同除法還原

初商本位式凡初商一二三者減積言如在本位　初商一二三四者書商數於點之上一位然以書

商數之位言之亦本位也兩本位法此一式中皆可明之

假如有方田積二百五十六步問每面方若干

答曰每面方十六步

方積　○二五六
　一○○
　○
十步　二六　廉法隅法
方根　一六
初商方積　○一二六
次商廉積　一三　隅積
還元廉法　○二五六

列實作兩直線列方積於右直線之右

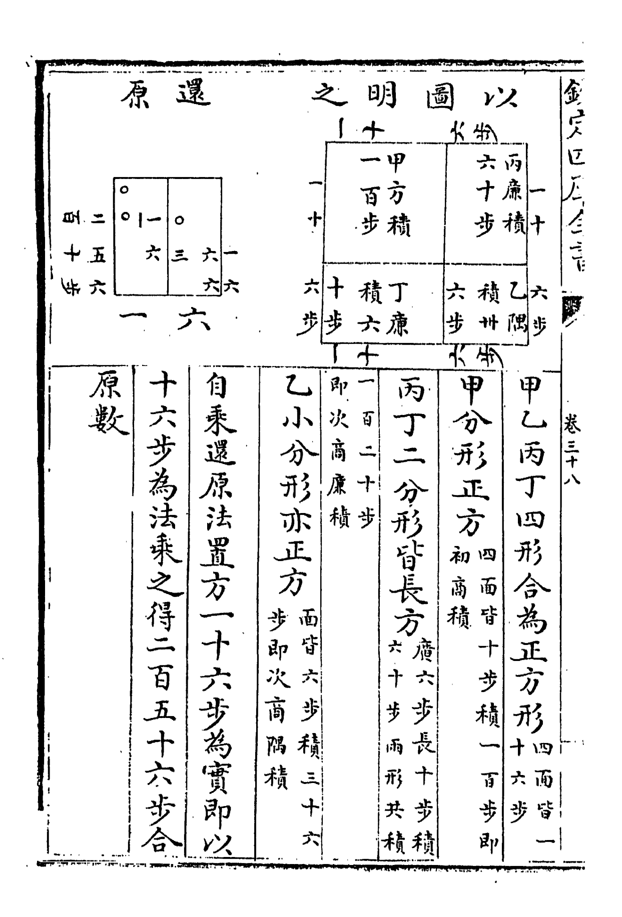
作點定位自單位起每隔一位作一點共兩點宜商兩次　初商是十

初商 點在實首位即以實首位○二為初商實以自乘數約之得一為初商初商是一宜對點上一位書於左直線之右有兩點初商是一十自乘一百為減數書左線之左適對右行初點○二百書之就以對減初商實於二百內減一百仍餘餘一百改書之初商減積未盡有次商

次商 倍初商一十作二十對原列方積十步位書於右線之左為廉法 以第二點餘實一五六為次商實用廉法約實可商七步因無隅積只約六步為次商以書於初商之下即用六步為隅法以書於廉法之下合廉隅共二十六步為次商法以乘次商六步得廉積一百二十步隅積三十六步共對次商位書起每挨一位書之至次點止共得次商減數一百五十六以對減餘實恰盡

共開得平方根一十六步合問

以圖明之　還原



甲乙丙丁四形合為正方形四面皆一十六步

甲分形正方四面皆十步積一百步即初商積

丙丁二分形皆長方廣六步長十步積六十步兩形共積一百二十步即次商廉積

乙小分形亦正方面皆六步積三十六步即次商隅積

自乘還原法置方一十六步為實即以十六步為法乘之得二百五十六步合原數

初商進位式

凡初商四五六七八九減積言十在進位初商五六七八九書商數於點之上兩位凡書商數以點上一位為本位則此其進位也兩進位法此一式中皆有之

假如方積三十五萬八千八百零一尺問方若干

答曰方五百九十九步

方積 三五八八〇一

方根 五九九

還原 三五八八〇一

列位 同前

作點定位 有三點宜商三次初商是百

初商

點在實次位即合兩位三五為初商實入表表中有小於三五者是二五其方根五即以五為初商數對實初點上兩位書左直線之右又即以表中自乘數二五遶對實三五書於左直線之左就以對減初商實餘一。改書之以待次商

次商

倍初商五百作一千。百對實千百位書於右直線之左為廉法　以第二點上餘實一。八八為次商實用廉法約之得九九為次商續書於初商之下即以次商九為隅法書廉法之下合廉隅共一。九為次商法以乘次商九得廉積九隅積八一對次商位書起至次點止共得減數九萬八十一百以減次商實餘一。七改書之以待三商

三商

以次商隅法九十倍作一百八十於次商法一千之下抹去。九改書一八共一一入為廉法　以第三點上餘積一。七。一為三商實用廉法約之得九為三商續書於次商下即以三商九為隅法書於廉法之下合廉隅共一

一八九為三商法以乘三商九步得廉積一萬〇六百二十一隅積八十一對三商位書起至第三點止共得減數一萬〇七百〇一以對減三商實恰盡凡開得方根五百九十九尺

初商甲方五百尺積二十五萬尺

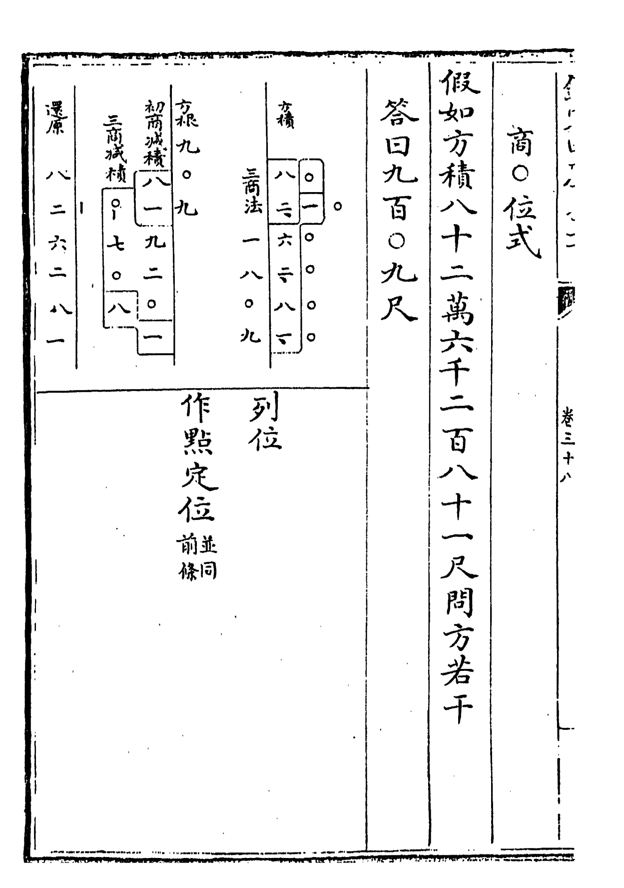
次商丁戊二廉各長五百尺濶九十尺共積九萬尺

隅乙方九十尺積八千一百尺

三商己庚二廉各長五百九十尺濶九尺共積一萬〇六百二十尺

隅丙方九尺積八十一尺

七形合成正方共積三十五萬八千八百〇一〇



商○位式

假如方積八十二萬六千二百八十一尺問方若干

答曰九百○九尺

列位

作點定位（並同前條）

初商 點在次位合兩位八二為初商實表入表得八一小於八二其方根九即為初商在五以上對初點上兩位書之亦以表數八一對實八二書於左綫之左以減初商實餘。一改書之以待次商

次商 倍初商九百作一千八百對原實位書之為廉法以箄三點上餘實。一六二為次商實以廉法約之法大實小不能商一數是商得。位也紀。於初商之下即於實首位銷去一。餘俟三商

三商 因次商是。增。於廉法之下共一八〇為廉法以箄三點上餘實一六二八一為三商實用廉法約實得九尺為三商書於次商。之下即以九為隅法書於廉法之下共廉隅法一八。九以乘三商九得廉積一萬六千二百隅積八十一減三商實恰盡 凡開得方根九百〇九尺

計開

初商方九百尺　積八十一萬尺

續商廉（各濶九尺長九百尺）　共積（一萬六千二百尺）　隅方九尺積（八十一尺）

通共八十二萬六千二百八十一尺

假如方積二十五億〇七百〇〇萬四千九百尺問方若干

答曰五萬〇七十尺

方積　二五、〇七、〇〇、四九、〇〇、

一〇〇〇七

方根　五〇〇七〇

初商減積　二五

四商減積　〇七〇〇四九

列位（原積尾位是百補作兩〇列之）

作點定位（次有五點當商五初商是萬）

初商 以實首兩位二五為初商實入表得五為初商書於點上兩位次以自乘數對實列之相減盡

次商 倍初商五萬尺得一十〇萬為廉法對原實位書之以第二點上餘實〇〇〇七為次商實實有三〇無可商是次商〇也書〇於初商五之下亦於實首銷去一〇以待三商

三商 因次商〇增〇於廉法下得一〇〇為廉法 以第三點上餘實〇〇七〇〇為三商實實仍有兩〇位是三商亦〇也又書〇於次商〇之下於實首復銷去一〇以待四商

四商 因三商亦〇又增〇於廉法之下得一〇〇〇為廉法以第四點上〇七〇〇四九為四商實用廉法約之得七十尺書於三商〇之下即以七七為隅法增於廉法下共廉隅法一〇〇〇七以乘四商七得廉積七百萬隅積四千九百以對減四商實恰盡

五商五點宜有五商而四商已滅實盡無可商作〇於四商

凡開得方根五萬〇〇七十〇尺

命分式

假如方積五百七十六萬四千八百尺問方根若干

答曰二千四百尺又四千八百〇一分尺之四千八百

方積 〇五七六四八〇〇

方根 二四〇〇

初商減積 〇四六
次商減積 一一六

列位實盡於百位如前法補作兩圈列之

作點定位有四點宜商四次初商是千

初商以實首〇五為初商實入表得二為初商以自乘數〇四減實〇五改書餘一以待次商

次商倍初商二千得四千為廉法以第二點上餘實一七六為次商實用廉法約之得四為次商即以為隅法書廉法下共廉隅法四四以乘次商四得廉積一百六十萬隅積一十六萬共減積一百七十六萬次商實減盡

三商倍次商隅法四作八增入次商法共四八為三商廉法以第三點上餘實〇〇四八為三商實有兩〇無可商作〇於三商位消去實首一〇以待四商

四商三商〇亦增〇於廉法下共四八〇為廉法以第四點上餘實〇四八〇〇為四商實僅與廉法相同是無隅積也不能商一數作〇於四商位其不盡之數以法命之法以廉法四千八百〇加隅

一共四千八百〇一為命分之母以不盡之數四千八百為分子命為四千八百〇一分尺之四千八百

即一尺弱也

共開得平方二千四百尺又四千八百〇一之四千八百

此雖未開至單尺之位而餘實甚少不能成一單尺故即以法命之若餘實是四千八百〇一尺則商得平方二千四百〇一尺矣今止四千八百尺是少一尺故不能成一單尺也

自乘還原

根 二四○○

八一八六

○○四○

二四

自乘得五七六○○

四十[illegible]十四

加不盡四八

合原數五七六四八

開方分秒 凡開方欲知分秒法於餘實下每增兩○位則多開一位為分秒之數 平方之積尺有百寸寸有百分皆以百為母故增兩○

假如有平方積二十四尺平方開之得方四尺不盡八尺問分

秒若干　荅曰方四尺零八寸九分八釐九毫有奇

原二四○○○○○○○○

如常列位作點點在次位即以二四兩位合商得方四尺減其自乘一十六尺餘八尺用命分法以商四尺倍作八尺又加隅一得九為命分母不盡為分子命為方四尺又九分尺之八

今欲知其寸九分尺之八者是以尺作九分而今有其八言每方四尺之外仍帶此畸零是其中有寸

法於餘實下加兩○化八尺為八百寸每尺縱横十寸故其積百寸用為次商實以初商四尺倍之得八尺亦化八十寸商數是每邊之數故尺只十寸對餘實十寸位書之即第一位○為廉法用廉法約實可商九寸因恐無隅積只商八寸書於初商四尺之下亦即以次商八寸為隅法書於廉法八十寸之下共廉隅八十八寸以乘次商八寸得廉積六百四十寸隅積六十四寸共廉隅積七百○

四寸自次商位書起至第二〇位止以對減餘實仍餘九十六寸命為奇數

凡商得每方四尺八寸有奇

再求其分

法於實下又加兩〇以餘九十六寸化九千六百分解見上為三商實　商數四尺八寸亦化四百八十分倍之為九百六十分移對餘實百分十分之位書之為廉法以廉法約實商得九分為三商書次商之下亦

即以三商九分為隅法書於廉法九百六十分之下

共廉隅九百六十九分以乘三商九分得廉積八千

六百四十分隅積八十一分共積八千七百二十一

分自三商位書起至第四○位止以對減餘實仍餘

八百七十九分命為奇數

凡商得每方四尺八寸九分有奇

再求其釐

法於餘實下又加兩○以餘八百七十九分化八萬

七千九百釐為四商實　次倍商數四尺八寸九分作九尺七寸八分化為九千七百八十釐移對餘實依千百十之位書之為廉法　用廉法約實得八釐為四商書於三商之下即以四商八為隅法增於廉法末共廉隅法九千七百八十八釐以乘四商八釐得廉積七萬八千二百四十釐隅積六十四釐自四商位書起至第六〇位止以減餘實仍餘九千五百九十六釐

凡商得每方四尺八寸九分八釐有奇

再求其毫

如法於餘實下又加兩○化餘實為九十五萬九千六百毫為五商實　次倍商數四八九八作九尺七寸九分六釐化為九萬七千九百六十毫為廉法移對餘實萬千百十之位書之用廉法約實得九毫為五商書四商下亦即以五商九為隅法增入廉法下共廉隅九萬七千九百六十九毫以乘五商九毫得廉

積八十八萬一千六百四十毫隅積八十一毫對五商位書起至第八〇位止以減餘實仍餘七萬七千八百七十九毫

凡商得方四尺八寸九分八釐九毫又九萬七千九百七十九之七萬七千八百七十九即奇數也

右單數下已開四位尺為單位析為寸分釐毫凡四位其不盡者是不滿一毫之數于單數為十萬分之一如欲再求忽微亦如上法

還原

四八九八九

一	丨								
三	六	三	丨						
三	二	六	二	三	川				
三	六	七	四	七	六	三	川		
三	二	六	二	八	二	六	二	三	川丨
川	六	七	四	七	一	七	四	七	六
		川	二	八	二	六	二	八	二
				丨	一	七	四	七	一
							二	八	一
									一

四八九八九

自乘得二三九九九二二一二一

加不盡七七八七九

合原數二四〇〇〇〇〇〇〇〇

開方帶縱

帶縱者長方形也以方為濶加縱數為長其法與開方無異但須以商得數乘縱數為縱積併入方積以減原積不及減者改商之其次商亦倍初商加縱為廉法但倍方而不倍縱　三商以上並同

假如有長田積六百二十四步濶不及長二步問長濶各若干

答曰長二十六步濶二十四步

○○
一八○
原積　○六二四
縱　二
廉隅　四四
商數　二四
初商方積　○四四四
初商縱積　○六
次商積　一二

列位 以實列右綫之右 以縱二步列右綫之左對實步位列之

如常作點定位

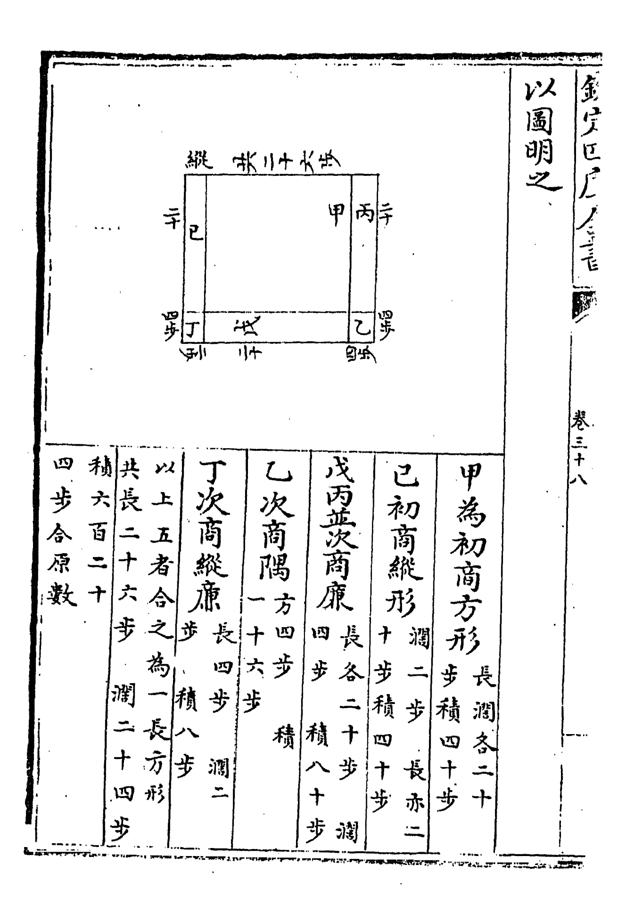
初商 以。六為初商實商得二十步自乘應減方積四百步又以商數乘縱二步得縱積四十步如法列之以減原實仍餘一百八十四步

次商 倍初商二十步作四十步加縱二步共四十二步為廉法以約餘實得商四步即以為隅法合廉隅縱共四十六用乘次商四得廉積一百六十步隅積十六步縱積八步共減積一百八十四步恰盡

命為濶二十四步 加縱二步為長二十六步

合問

以圖明之



甲為初商方形 長濶各二十步積四十步

己初商縱形 濶二步 長亦二十步積四十步

戊丙並次商廉 長各二十步 濶四步 積八十步

乙次商隅 方四步 積一十六步

丁次商縱廉 長四步 濶二步 積八步

以上五者合之為一長方形 共長二十六步 濶二十四步 積六百二十四步合原數

若縱數有比例可求者先以比例分其積平方開之得
濶因以知長
假如有直田積四百五十步但云長多濶一倍問長濶
若干
答曰濶十五步　長三十步
法平分其積得二百二十五步平方開之得濶十五
步
置濶十五步倍之得長三十步合問

假如有長田積二百五十二步但云長比濶多四分之三問長若干

答曰 濶一十二步長二十一步

法以多三分加分母四共七為法以分母四乘積為實法除實得一百四十四步開方得濶一十二步置濶一十二步七因四除之得二十一步為長長比濶多九步於十二步為四分之三

開立方法

平方者方田之屬也但取面冪之積立方者方倉之屬也必求其內容之積故平方曰面立方曰體有面而後有體有線而後有面故皆以線為根

假如長二尺者線數也線有長短而無廣狹若以此線橫展之長亦二尺濶亦二尺則其積四尺為面面者平方形也面有濶狹而無厚薄又以此面層累而厚之長濶皆二尺高亦二尺則其積八尺為體體者立方形也

立方有虛有實如築方臺則實鑿方池作方窖則虛然其立方之積數一也

法先立位同平方　作點自單位起每隔二位點之以最上一點為初商實　定位視有若干點則商幾位如有二點則商數有十有三點則商數有百並同平方

初商法　以自乘再乘數約而商之如一商一八商二二七商三之類

書商數於左線之右凡商得一數者書於點上一位商得二三四五者書於點上兩位商得六七八九者書於點上三位　即以自乘再乘數書於左線之左以對減初商實初商減積至初點止

次商法　以初商自乘而三之為平廉法亦曰方法　以初商三之為長廉法亦曰廉法　皆對原實千百位書之　截第二點上餘實為次商實次商減積至次點止　以平廉法約實得次商列初商下　即以次商為隅法列長廉次亦按千百位列之　乃以次商乘平廉法為平廉積又以次商自乘以乘長廉及隅法為長廉小隅積俱挨書之以減餘積不及減者改商

三商法　以餘實另列之　合初商次商自乘而三之為平廉法　合初商次商三之為長廉法　截第三點上餘實為三商

實三商減積至此點止　亦即以三商為隅法餘並同前

四商以上並同三商

命分法　合平廉長廉法再加隅一為命分母不盡之數為命分子並同平方

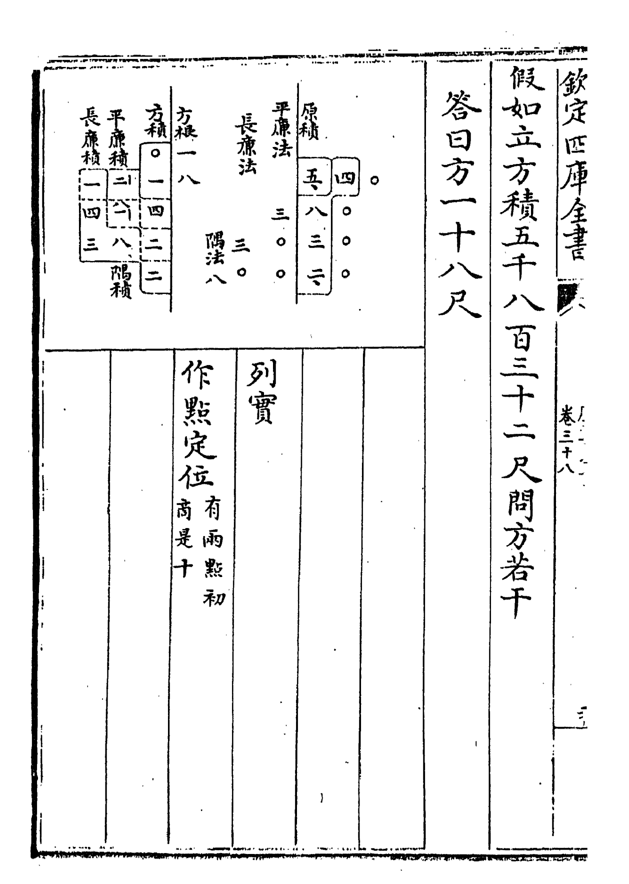
還原法　置商數自乘得數再以商數乘之即合原實有不盡者以不盡之數加入之

初商表用法與平方表同

初商數	初商積
一	〇〇一
二	〇〇八
三	〇二七
四	〇六四
五	一二五
六	二一六
七	三四三
八	五一二
九	七二九

次商廉隅法

方根	平廉	長廉	隅
一	○○三○○	○三○	○○一
二	○一二○○	○六○	○○八
三	○二七○○	○九○	○二七
四	○四八○○	一二○	○六四
五	○七五○○	一五○	一二五
六	一○八○○	一八○	二一六
七	一四七○○	二一○	三四三
八	一九二○○	二四○	五一二
九	二四三○○	二七○	七二九



假如立方積五千八百三十二尺問方若干

答曰方一十八尺

列實

作點定位有兩點初商是十

初商以五千為初商實約商一十自乘再乘得一千為應減積減原實餘四千

次商以初商自乘而三之得三百為平廉法又以初商三之得三十為長廉法以平廉法約第二點上餘實得八尺為次商即以為隅法並如法列之乃以次商乘平廉法得二千四百為平廉積又以次商自乘得六十四以乘長廉及隅法得長廉一千九百二十隅積五百一十二共減積四千八百三十二恰盡

凡開得立方根一十八尺合問

還原

就身 一八
加八 〇六四
〢八

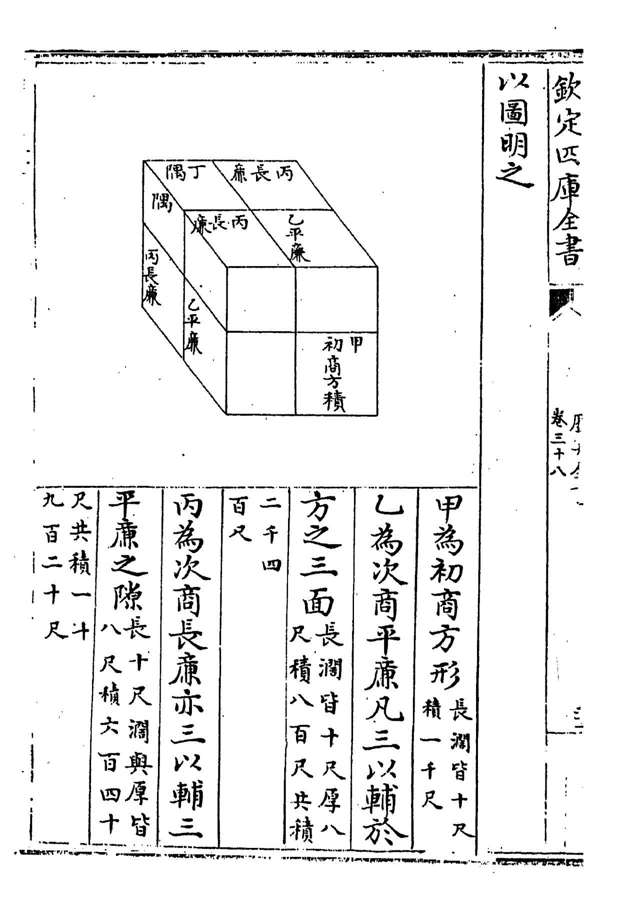
自乘得三二四

又加 三二〢四
八 二一三二
四六

再乘得五八三二
千百十尺

合原實

以圖明之



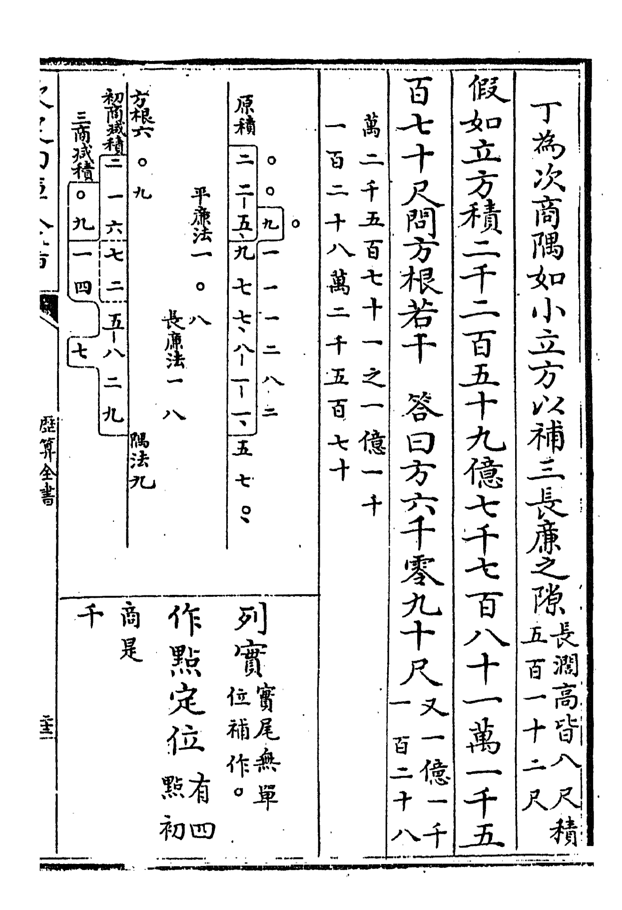
甲為初商方形長闊皆十尺積一千尺

乙為次商平廉凡三以輔於方之三面長闊皆十尺厚八尺積八百尺共積二千四百尺

丙為次商長廉亦三以輔三平廉之隙長十尺闊與厚皆八尺積六百四十尺共積一千九百二十尺

丁為次商隅如小立方以補三長廉之隙長濶高皆八尺積五百一十二尺

假如立方積二千二百五十九億七千七百八十一萬一千五百七十尺問方根若干　答曰方六千零九十尺又一億一千一百二十八萬二千五百七十一之一億一千一百二十八萬二千五百七十



列實實尾無單位補作〇

作點定位有四點初商是千

初商 合實三位約之商六千對初點上三位列之以六千自乘再乘得減積二千一百六十億其餘積改書以待次商

次商 以自乘初商而三之得一億。八百萬為平廉法以初商三之得一萬八千為長廉法各對原實位列之 以第二點上餘實為次商實實首有兩。無可商是次商。也作。於初商之下即於實首消去兩。

餘俟三商

三商 次商。即以次商法為三商法 以第三點上餘實為三商實以平廉法約之商九十尺即以為隅法對實十位列之乃以九十乘平廉法得平廉積九十七億二千萬又以九十自乘得八千一百以乘長廉及隅法得長廉積一億四千五百八十萬隅積七十二萬九千共減積九十八億六千六百五十二萬九千

四商以第四點上餘實另列之合三次商數六〇九自乘而三之得一億一千一百二十六萬四千三百為平廉法　又以六〇九三之得一萬八千二百七十為長廉法　以法約實僅與兩廉法之數相同無隅積不能成一單數以法命之合平廉長廉數加隅一為命分母餘實為命分子

餘積〇〇〇一一一二八二五七〇

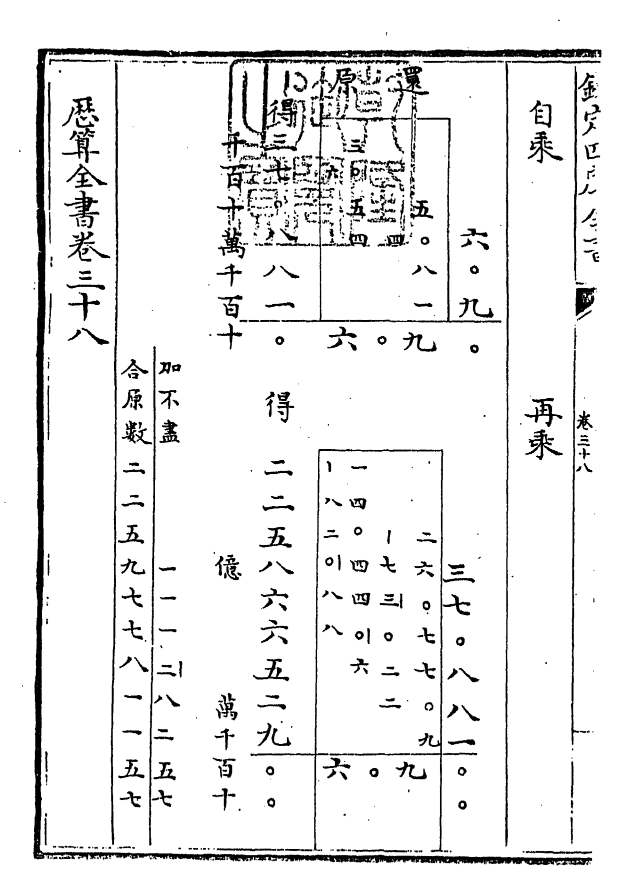
四商平廉法一一一二六四三

四商長廉法一八二七

加隅一

方根六〇九命分

命為立方六千〇九十尺又一億一千一百二十八萬二千五百七十一尺之一億一千一百二十八萬二千五百七十


自乘
六〇九
得 三七〇八八一
再乘
三七〇八八一
六〇九
得 二二五八六六五二九
億 萬千百十
加不盡 一一一三八二五七
合原數 二二五九七七八一一五七
還原